

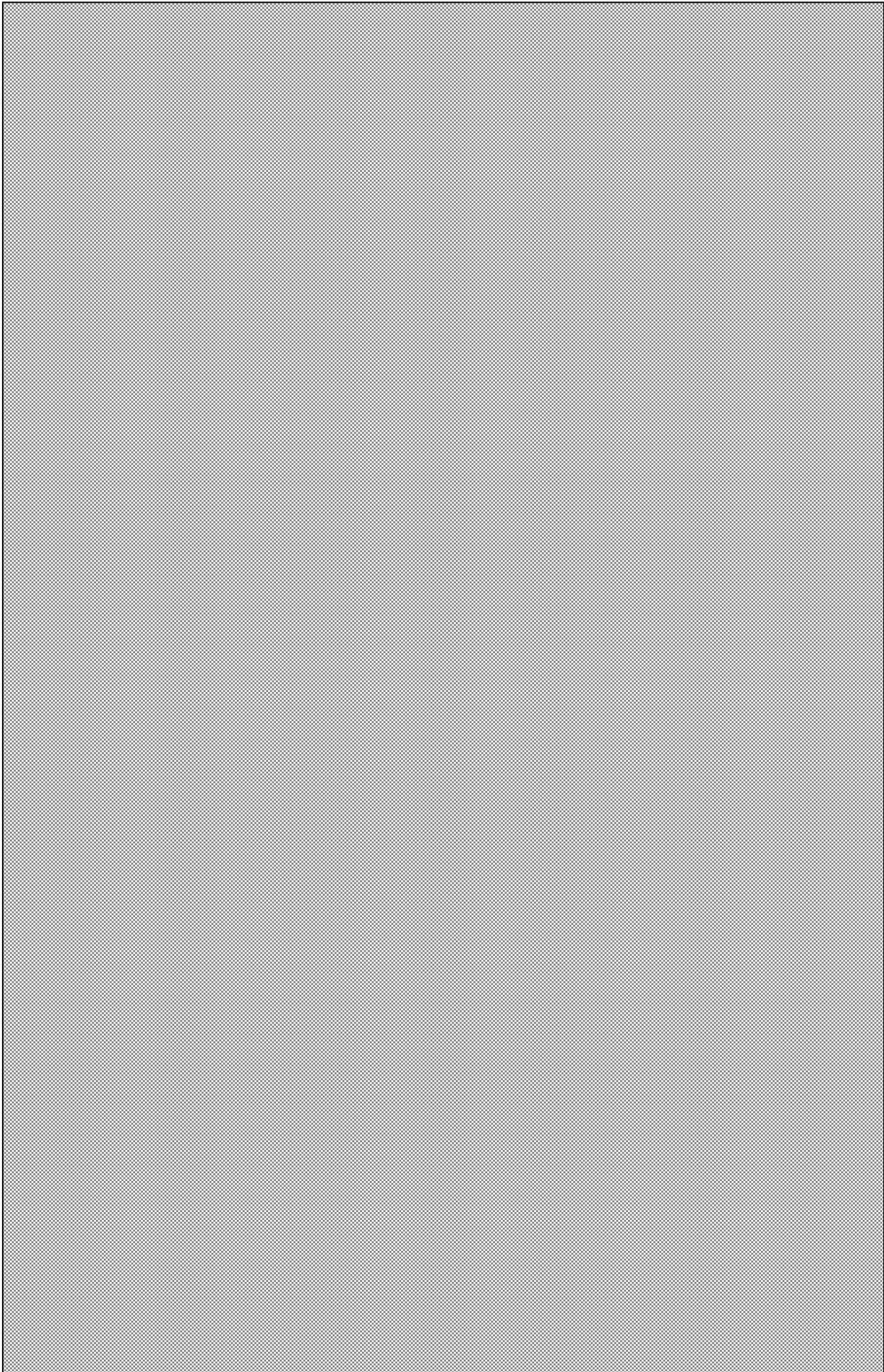
※ 指示があるまで問題を開かないでください。

令和5年度 専門系専門試験問題 (物理)

令和5年4月30日(日)実施

注意事項

- 1 問題は6分野あります。4つの分野を選択し、解答してください。
- 2 解答用紙は、必ず1問につき1枚を使用し、専門区分、受験番号及び氏名を記入してください。
- 3 解答用紙の選択問題欄は、選択した問題番号に○印をつけてください。
- 4 解答内容は、解答に至った経過についても残しておいてください。
- 5 試験時間は60分です。
- 6 この問題は持ち帰ることができます。ただし、解答用紙は白紙でも必ず提出してください。

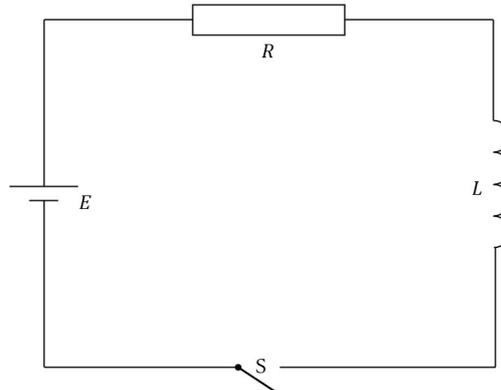


次の微分方程式の特殊解を求めよ。

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0; x=0 \text{ のとき、 } y=1, \frac{dy}{dx}=0$$

No. 2 電磁気学

下図のように抵抗値 R の抵抗器、自己インダクタンス L のコイル、起電力 E の電池を直列に接続し、スイッチ S を入れた。以後、スイッチを入れてから t 秒後の変化について述べた以下の文中の、空欄 $\boxed{1}$ ~ $\boxed{8}$ に当てはまる関係式や数式を答えよ。

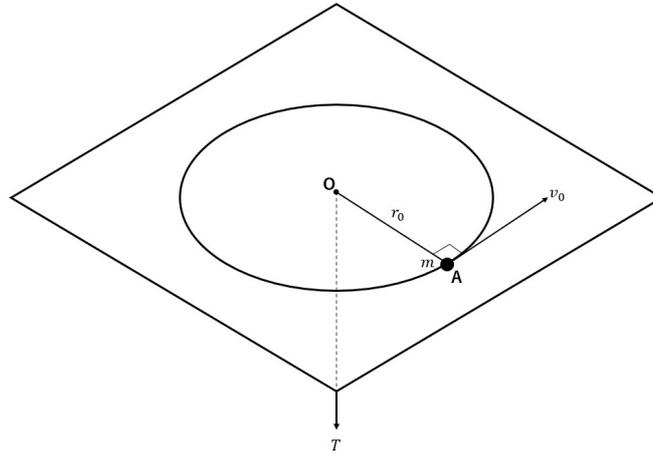


回路に流れる電流を i とすると、コイルには $\boxed{1}$ の誘導起電力が生じる。キルヒホッフの法則より、起電力 E と電流 i の関係式は $\boxed{2}$ となる。 $t = 0$ のとき、 $i = 0$ であることを考慮すると、電流は、 $i = \boxed{3}$ となる。

このとき、単位時間あたりの抵抗による発熱 P_R は $\boxed{4}$ 、単位時間あたりのコイルのエネルギー増加 P_L は $\boxed{5}$ となる。また、単位時間あたりの電池の消費エネルギー P_B は $\boxed{6}$ 、単位時間あたりの電池の供給エネルギーは $\boxed{7}$ となる。これより、 P_R 、 P_L 、 P_B の間で $\boxed{8}$ の関係式が成り立つ。

No. 3 力学

下図は摩擦のない水平な台の上で質量 m の質点が等速円運動しており、中心 O の小さな穴から軽い糸を引くことにより、半径が自由に変えられるようになっている。以下の問いにそれぞれ答えよ。なお、数式を示す場合は[]内の文字を全て用いること。



- (1) 円の半径 OA が r_0 、速さが v_0 のとき、この質点の点 O のまわりの角運動量の大きさ $L [m, r_0, v_0]$ を求めよ。
- (2) 糸を引いて、半径 OA の長さを $r_1 (< r_0)$ とした。このときの速さ $v_1 [r_0, r_1, v_0]$ を求めよ。
- (3) 半径 OA を r_0 から r_1 に変化させたことによる運動エネルギー変化 $\Delta K [m, r_0, r_1, v_0]$ を求めよ。
- (4) 円の半径 OA が r のときの糸の張力 $T [m, r, r_0, v_0]$ を求めよ。
- (5) 外部から与えられた仕事 $W [m, r_0, r_1, v_0]$ を求め、(3) の運動エネルギー変化 ΔK との関係式を求めよ。ただし、仕事 W については張力の方向ベクトルを \mathbf{T} 、質点の位置ベクトルを \mathbf{r} とすると、 $\int \mathbf{T} \cdot d\mathbf{r}$ で表される。

No. 4 熱力学

物体の長さ l は、 0°C での長さ l_0 、線膨張率 $\alpha[1/^{\circ}\text{C}]$ 、温度 $t[^{\circ}\text{C}]$ を用いて、以下で表される。

$$l = l_0(1 + \alpha t)$$

同様に物体の体積 V は、 0°C での体積 V_0 、体膨張率 $\beta[1/^{\circ}\text{C}]$ を用い、温度 $t[^{\circ}\text{C}]$ では以下である。

$$V = V_0(1 + \beta t)$$

さらに、物体を等方性物質とした場合、 $\beta = 3\alpha$ の関係となる。これについて、以下の問いに答えよ。

〈問〉

最初に温度を 0°C とし、容積 $1l$ のガラスの容器に水銀と空気を入れ密封しておく。温度によって空気の占める体積が変化しないようにするためには、最初に入れておくべき水銀の体積 l をいくらにすればよいか。有効数字 2 桁で求めよ。ただし、ガラスの線膨張率、水銀の体膨張率をそれぞれ、 $8.1 \times 10^{-6}[1/^{\circ}\text{C}]$ 、 $1.8 \times 10^{-4}[1/^{\circ}\text{C}]$ とする。また、ガラスは等方性物質とし、圧力の膨張率に及ぼす影響は無視してよい。

No.5 量子力学

原子が定常状態にあるとき、各定常状態ではエネルギーが一定で、電磁波を出さない。水素原子の量子数 $n (\in \mathbb{N})$ の定常状態において、原子核（電荷： $+e > 0$ ）のまわりを速度 v 、半径 r_n で円運動する電子（質量： m 、電荷： $-e$ ）について考える。以下の問いでは、これらを前提として、以下の空欄[1]～[8]に当てはまる数式や用語を答えよ。

ただし、[1]～[7]については【 】の中から必要な文字を用いて表し、[8]については下の【語群】から1つ選ぶこと。

〈問〉

定常状態における量子条件として、「半径 r_n の円周の長さは、電子の波長の自然数倍となる」ことが挙げられる。この電子の波長は、プランク定数を h とすると[1] $【h, m, v】$ で表され、以下の関係式となる。

$$2\pi r_n = n \times [1], n \in \mathbb{N} \cdots \textcircled{1}$$

電子が原子核のまわりを円運動しており、さらに電子と原子核との間には静電気力（真空誘電率 ϵ_0 ）が働いているので、関係式は以下となる。

$$[2] 【m, r_n, v】 = [3] 【\epsilon_0, e, r_n】 \cdots \textcircled{2}$$

①と②より、 v を消去すると、半径 r_n は以下となる。

$$r_n = [4] 【\epsilon_0, e, h, m, n】 \cdots \textcircled{3}$$

電子の力学的エネルギー E_n は、

$$E_n = [5] 【\epsilon_0, e, m, r_n, v】$$

また、②と③より、 v と r_n を両方消去すると、 E_n は[6] $【\epsilon_0, e, h, m, n】$ となる。

原子がエネルギー準位 E_n の定常状態から $E_{n'} (< E_n)$ の定常状態に移るときに放射される光子の波長を λ 、光速を c とする。振動数条件より、以下の関係式が成立する。

$$\frac{1}{\lambda} = [7] 【\epsilon_0, c, e, h, m】 \times \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right), n' \in \mathbb{N} \cdots \textcircled{4}$$

[7]は[8]定数と呼ばれ、④の式を使うことにより、スペクトル系列を説明できる。

【語群】

a. パッシェン b. バルマー c. ブラケット d. ライマン e. リュードベリ

No. 6 相対論

静止した μ 粒子は、 $2.2 \times 10^{-6}[\text{s}]$ の寿命 τ_0 で電子とニュートリノに崩壊する。光速 c の0.95倍の速さ v で飛来している μ 粒子について、以下の問いに答えなさい。計算結果は、小数第2位を四捨五入すること。なお必要ならば、光速 $c = 3.0 \times 10^8[\text{m/s}]$ 、 $\sqrt{39} \cong 6.25$ であることを利用しても構わない。

- (1) 地上から静止した観測者からは、どれだけの寿命 $\tau[\text{s}]$ となるかを答えよ。
- (2) 同様にして地上の観測者からは、どれだけの距離 $L[\text{m}]$ を走って崩壊するかを求めよ。

